

## FUNKCJE I ELEMENTY LOGICZNE

W procesach przemysłowych często nie jest konieczny analogowy pomiar wartości parametru, lecz jedynie rozpoznanie osiągnięcia (lub nie) jego zadanej wartości. (Parametrem tym może być na przykład: temperatura, poziom cieczy, przepływ, ciśnienie). Sterowanie urządzeniami wykonawczymi, takimi jak silniki, elektromagnesy czy elementy sygnalizacyjne, odbywa się wówczas w sposób dwustanowy, przez podanie lub niepodanie sygnału sterującego (włączenie-wyłączenie). Występuje więc sytuacja, w której zarówno czujniki, jak i elementy wykonawcze operują na sygnałach mogących przyjmować jedynie dwie wartości. Do opisu działania takich układów stosuje się algebrę Boole'a, a w obrębie niej funkcje Boole'a (funkcje logiczne).

### 1. Elementy algebry Boole'a

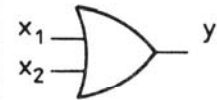
Funkcjami logicznymi nazywa się funkcje, których zarówno argumenty (zmiennne wejściowe), jak i wartości (zmiennne wyjściowe) przyjmują jedynie dwa stany, oznaczone umownie: 0 (zero) i 1 (jeden).

Funkcje logiczne definiuje się poprzez podanie tabeli wartości funkcji. Na przykład:

alternatywa OR

$$y = x_1 + x_2$$

$x_1$	$x_2$	$y$
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1



koniunkcja AND

$$y = x_1 \cdot x_2$$

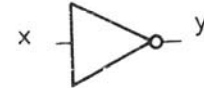
$x_1$	$x_2$	$y$
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1



negacja NOT

$$y = \bar{x}$$

$x$	$y$
0	1
1	0



negacja alternatywy NOR

$$y = \overline{x_1 + x_2}$$

$x_1$	$x_2$	$y$
0	0	1
1	0	0
0	1	0
1	1	0



negacja koniunkcji NAND

$$y = \overline{x_1 \cdot x_2}$$

$x_1$	$x_2$	$y$
0	0	1
1	0	1
0	1	1
1	1	0



Z prawej strony tabel podano obowiązujące symbole graficzne funkcji. Algebra Boole'a opiera się na kilku prawach, przyjętych jako aksjomaty

**Prawa przemienności**

$$x_1 + x_2 = x_2 + x_1$$

$$x_1 \cdot x_2 = x_2 \cdot x_1$$

(Przemienność w układzie logicznym pozwala na ustawienie argumentów w dowolnej kolejności).

### Prawa łączności

$$(x_1 + x_2) + x_3 = x_1 + (x_2 + x_3)$$

$$(x_1 \cdot x_2) \cdot x_3 = x_1 \cdot (x_2 \cdot x_3)$$

(Prawa łączności pozwalają na swobodne grupowanie elementów w układach oraz umożliwiają opuszczenie nawiasów w wielokrotnych koniunkcjach i alternatywach.)

### Prawa rozdzielności

$$(x_1 + x_2) \cdot x_3 = x_1 x_3 + x_2 x_3$$

$$x_1 \cdot x_2 + x_3 = (x_1 + x_3) (x_2 + x_3)$$

(Praktyczną cechą tych praw jest możliwość rozdzielenia elementów w układzie  $(x_1 \cdot x_2)$ .)

### Prawa dopełnienia (prawa de Morgana)

$$\overline{x_1 + x_2} = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2}$$

$$\overline{x_1 \cdot x_2} = \overline{x_1} + \overline{x_2}$$

(Wykorzystuje się je do faktoryzacji.)

### Prawa powtórzenia

$$x + x = x$$

$$x \cdot x = x$$

(W praktyce prawa te umożliwiają eliminowanie powtarzających się wielokrotnie elementów lub dopisywanie istniejących elementów w celu umożliwienia minimalizacji.)

### Działania na elementach 0 i 1

$$x \cdot \overline{x} = 0 \qquad x + \overline{x} = 1$$

$$x \cdot 0 = 0 \qquad x + 0 = x$$

$$x \cdot 1 = x \qquad x + 1 = 1$$

(Działania te pozwalają na upraszczanie funkcji.)

Podczas posługiwania się funkcjami Boole'a korzysta się również z reguł, dających się udowodnić za pomocą wcześniej podanych praw. Są to:

### reguły pochłaniania

$$x_1 + \overline{x_1} \cdot x_2 = x_1 + x_2$$

ponieważ

$$x_1 + \overline{x_1} \cdot x_2 = (x_1 + \overline{x_1}) (x_1 + x_2) \quad \text{- z prawa rozdzielności koniunkcji}$$

$$(x_1 + \overline{x_1}) (x_1 + x_2) = x_1 + x_2 \quad \text{- z praw: } \begin{array}{l} x + \overline{x} = 1 \\ 1 \cdot x = x \end{array}$$

$$x_1 + x_1 \cdot x_2 = x_1$$

reguły sklejania

$$(x_1 + x_2) (x_1 + \overline{x_2}) = x_1$$

$$x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot \overline{x_2} = x_1$$

Reguł pochłaniania i sklejania używa się w trakcie minimalizacji funkcji.

Liczba dwuargumentowych funkcji logicznych jest skończona i wynosi 16. Wynika to z faktu, iż istnieje jedynie szesnaście nie powtarzających się kombinacji zer i jedynek na czterech przeznaczonych na wartości miejscach tablicy funkcji. Wśród tych funkcji można wyróżnić trzy zestawy tak zwanych funkcji bazowych:

- OR, AND, NOT,
- NAND,
- NOR.

Za pomocą funkcji bazowych wyraża się inne funkcje Boole'a zmniejszając w ten sposób asortyment używanych funkcji, co w zastosowaniach technicznych nie jest bez znaczenia. Działanie to nazywa się faktoryzacją.

## 2. Synteza układu logicznego

Żądany sposób działania układu jest często podany w postaci opisu słownego.

Na tej podstawie buduje się tabelę działania układu, a następnie, korzystając na przykład z kanonicznej formy alternatywnej lub koniunkcyjnej, uzyskuje się analityczny (funkcyjny) zapis działania układu. Następnie dokonuje się minimalizacji funkcji, polegającej na doprowadzeniu postaci analitycznej do formy zawierającej minimalną liczbę działań logicznych. Minimalizację można przeprowadzić wykorzystując podstawowe prawa logiczne. Kolejnym etapem może być faktoryzacja, a ostatnim rysowanie schematu graficznego funkcji.

Tablica działań funkcji ma postać zależną od liczby argumentów. Każdą kombinację zer i jedynek na wejściach nazywa się stanem wejść. Dla

funkcji dwóch argumentów są więc cztery stany wejść, a dla funkcji  $n$  argumentów  $2^n$  stanów wejść.

Formę analityczną funkcji uzyskuje się z postaci tabelarycznej. Funkcję  $f(x_1, x_2)$  można przedstawić w kanonicznej formie alternatywnej (1) lub koniunkcyjnej (2):

$$f(x_1, x_2) = f(1,1)x_1x_2 + f(1,0)x_1\bar{x}_2 + f(0,1)\bar{x}_1x_2 + f(0,0)\bar{x}_1\bar{x}_2 \quad (1)$$

$$f(x_1, x_2) = (f(1,1) + \bar{x}_1 + \bar{x}_2) \cdot (f(1,0) + \bar{x}_1 + x_2) \cdot (f(0,1) + x_1 + \bar{x}_2) \cdot (f(0,0) + x_1 + x_2) \quad (2)$$

gdzie: np  $f(0,1)$  - wartość przedstawionej funkcji dla stanu wejść 0,1.

Po wpisaniu na podstawie tabeli wartości funkcji 0 lub 1 w miejsca  $f(0,0)$ ,  $f(1,0)$ ,  $f(0,1)$ ,  $f(1,1)$ , zastosowaniu działań na elementach 0 i 1 i późniejszym uproszczeniu przy użyciu praw algebry Boole'a, uzyskuje się końcową postać analityczną funkcji. Np. funkcja  $y = x_1 \equiv x_2$  (równoważność) opisana tabelą

$x_1$	$x_2$	$y$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

może być zapisana w kanonicznej formie alternatywnej

$$y = 1 x_1 x_2 + 0 x_1 \bar{x}_2 + 0 \bar{x}_1 x_2 + 1 \bar{x}_1 \bar{x}_2$$

$$y = x_1 x_2 + \bar{x}_1 \bar{x}_2$$

Praktycznie, w kanonicznej formie alternatywnej wykorzystuje się tylko te wiersze tabeli, w których wartości funkcji są równe jeden.

Kanoniczna forma koniunkcyjna dla funkcji równoważności ma postać

$$y = (1 + \bar{x}_1 + \bar{x}_2)(0 + \bar{x}_1 + x_2)(0 + x_1 + \bar{x}_2)(1 + x_1 + x_2)$$

Po wykorzystaniu praw:  $1 + x = 1$ ,  $0 + x = x$  otrzymuje się

$$y = (\bar{x}_1 + x_2)(x_1 + \bar{x}_2).$$

W kanonicznej formie koniunkcyjnej wystarczy więc w zasadzie wykorzystać tylko te wiersze tabeli, w których wartości funkcji są równe zero. Zasady negowania zmiennych  $x_1$  i  $x_2$  są odmienne niż w formie alternatywnej. Po usunięciu nawiasów z ostatniej równości otrzymuje się

$$y = \overline{x_1} x_1 + \overline{x_1} \overline{x_2} + x_2 x_1 + x_2 \overline{x_2},$$

ostatecznie, dzięki  $x\overline{x} = 0$  i  $x + 0 = x$

$$y = x_1 x_2 + \overline{x_1} \overline{x_2}.$$

Jak widać, postać funkcji nie zależy od tego, z której kanonicznej formy się korzysta. Należy zauważyć, że funkcję  $y = x_1 \equiv x_2$  przedstawić można poprzez funkcje koniunkcji, alternatywy i negacji. Było to możliwe, ponieważ stanowią one bazę funkcji Boole'a.

W trakcie faktoryzacji na elementy NOR lub NAND wykorzystuje się prawa de Morgana i prawo podwójnej negacji.

Na przykład wyrażenie funkcji  $y = x_1 \equiv x_2$  poprzez elementy bazy NOR lub NAND jest następujące:  
w przypadku elementów NOR:

$$\begin{aligned} y = (x_1 + \overline{x_2})(\overline{x_1} + x_2) &= \overline{\overline{(x_1 + \overline{x_2})(\overline{x_1} + x_2)}} = \overline{x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_1} + x_2} = \\ &= \overline{x_1 + \overline{x_2} + x_2 + \overline{x_1} + \overline{x_1} + x_2} \end{aligned}$$

natomiast dla elementów NAND

$$y = x_1 x_2 + \overline{x_1} \overline{x_2} = \overline{\overline{x_1 x_2} + \overline{x_1} \overline{x_2}} = \overline{x_1 x_2 \cdot \overline{x_1} \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \overline{x_2}}$$

Rozpatrzmy przykładowo następujące zadanie: układ ma trzy sygnały wejściowe:  $x_1$ ,  $x_2$  i  $x_3$ . Sygnał wyjściowy powinien mieć wartość jedynki ( $y = 1$ ), jeżeli dwa lub trzy sygnały wejściowe przyjmują równocześnie wartość jedynki.

Algorytm ten można zestawić w tabeli

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$Y$
0	0	0	0
1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
1	1	0	1
1	0	1	1
0	1	1	1
1	1	1	1

Z kanonicznej formy alternatywnej wynika zapis

$$y = x_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_2 x_3 + \bar{x}_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_3$$

Funkcję można uzupełnić dwoma składnikami już w niej występującymi (zgodnie z prawem powtórzenia) oraz zmienić kolejność wyrażen (stosując prawo przemienności alternatywy):

$$y = x_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 x_2 x_3 + x_1 \bar{x}_2 x_3 + x_1 x_2 x_3 + \bar{x}_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_3.$$

Forma ta umożliwia skorzystanie z prawa rozdzielności

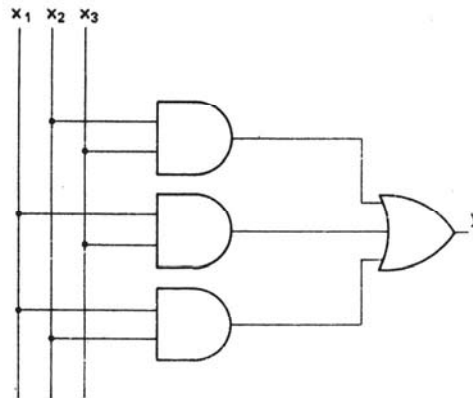
$$y = x_1 x_2 (\bar{x}_3 + x_3) + x_1 x_3 (\bar{x}_2 + x_2) + x_2 x_3 (\bar{x}_1 + x_1).$$

Ostatecznie

$$y = x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3.$$

Zminimalizowanej funkcji logicznej odpowiada układ logiczny, pokazany na rys. 1.





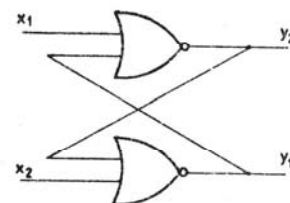
Rys. 1. Schemat funkcji logicznej

### 3. Elementy pamięci (elementy sekwencyjne lub przerzutniki)

Wszystkie prezentowane dotychczas funkcje mają tę własność, że ich wartość zależy jednoznacznie od aktualnego stanu wejść. Elementy mające taką własność są nazywane kombinacyjnymi. W odróżnieniu od nich układami (elementami) sekwencyjnymi nazywa się układy (elementy), których wartość wyjścia zależy nie tylko od aktualnego, ale również od poprzedniego stanu wejść.

Wartość wyjścia układu przedstawionego na rysunku dla stanu wejść 00 zależy od tego, czy poprzednim stanem był stan 01 czy 10. Układ zapamiętuje więc stan wejść 01 i 10 (gdy stan wejść jest 00, wówczas układ podaje na wyjściu informację o poprzednim - zapamiętanym stanie).

$x_1$	0	0	1	1
$x_2$	0	1	1	0
$y_1$	$y_1^{t-1}$	0	0	1
$y_2$	$y_2^{t-1}$	1	0	0



Przerzutniki wykorzystuje się w sytuacjach, gdy przy danym stanie wejść reakcja układu sterowania zależy od stanów poprzednich.



#### 4. Pytania kontrolne

1. Co to są funkcje logiki dwuwartościowej?
2. Podać tabele wartości dwuargumentowych funkcji: OR, AND, NOR, NAND.
3. Narysować symbole graficzne funkcji: NOT, OR, AND, NOR, NAND.
4. Wymienić podstawowe prawa algebry Boole'a.
5. Które prawa algebry Boole'a dotyczące alternatywy i koniunkcji różnią się od praw arytmetyki dotyczących odpowiednio dodawania i mnożenia (które prawa są takie same)?
6. Napisać postać kanoniczną alternatywną i koniunkcyjną dla funkcji trzech argumentów.
7. Podać sposób projektowania układów logicznych.

#### 5. Zadania do wykonania

1. Uzasadnić analitycznie i sprawdzić doświadczalnie prawa pochłaniania.
2. Sprawdzić doświadczalnie prawa de Morgana.
3. Stosując prawa algebry Boole'a zminimalizować podaną przez prowadzącego funkcję.
4. Na podstawie opisu słownego lub podanej przez prowadzącego tabeli działania zaprojektować układ logiczny i sprawdzić jego działanie.
5. Sprawdzić doświadczalnie działanie przerzutnika (elementu pamięci) zbudowanego na elementach NOR, NAND.

#### LITERATURA

- [1] Żelazny M., *Podstawy automatyki*, PWN, Warszawa 1976.
- [2] Misiurewicz P., *Układy automatyki cyfrowej*, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1978.
- [3] Siwiński J., *Układy przełączające w automatyce*, WNT, Warszawa 1986, s.9-17.
- [4] *Układy przełączające w automatyce przemysłowej. Zadania* (pod kierunkiem H. Małysiaka), WNT, Warszawa 1981.

# Układy kombinacyjne

Układy logiczne można podzielić na kombinacyjne i sekwencyjne. Układy kombinacyjne to takie, których wartości wyjścia zależą jednoznacznie od aktualnego stanu wejść. Oznacza to, że stany wyjść są w pełni określone stanem wejść. W układach sekwencyjnych zasada ta nie jest spełniona i wyjście zależy również - ogólnie mówiąc - od historii układu. Metody projektowania układów sekwencyjnych i kombinacyjnych są nieco odmiennie.

Układ sterowania logicznego (podobnie jak układ sterowania ciągłego) składa się z trzech funkcjonalnych elementów i bloków. Są to:

czujniki, dzięki którym uzyskuje się informację o stanie urządzeń i procesu,

część centralna, decydująca o sposobie działania układu (odpowiednik regulatora),

elementy wykonawcze, sygnalizacyjne i wzmacniające oraz oddziałujące na obiekt przez włączanie i wyłączanie urządzeń.

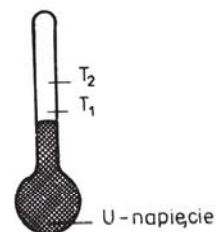
## 1. Czujniki

W układach logicznych stosuje się czujniki, na których wyjściu można obserwować jedynie dwa stany, w zależności od wartości mierzonego parametru. Nie dają więc one pełnej informacji o wartości mierzonej.

W punktach 1.1-1.5 przedstawiono schematy działania wybranych czujników podstawowych wielkości fizycznych.

### 1.1. Czujnik temperatury

W termometrze kontaktowym (rys.1) wskutek rozszerzalności termicznej rtęci, w zależności od temperatury, zwierane lub rozwierane są styki  $T_1$  i  $T_2$ . Termometry kontaktowe mogą mieć jedną lub kilka stałych temperatur kontaktowania lub jedną nastawną temperaturę kontaktowania. Zamykanie obwodu elektrycznego przez rtęć jest równoważne działaniu zestyków zwieranych.

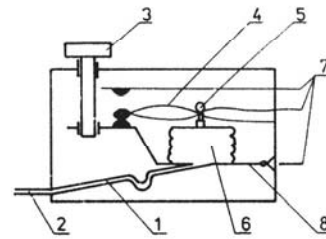


Rys.1. Schemat termometru kontaktowego

### 1.2. Czujnik ciśnienia

Jednym z czujników służących do rozpoznawania przekroczenia zadanej wartości ciśnienia jest hydrostat. Na rysunku 2 przedstawiono jego schemat ideowy. Wzrost ciśnienia podanego do króćca 2 powoduje wydłużenie mieszka 6, przesunięcie popychacza 5 i przez sprężynujący wyłącznik migowy 4 zmianę położenia zestyków przełączających.

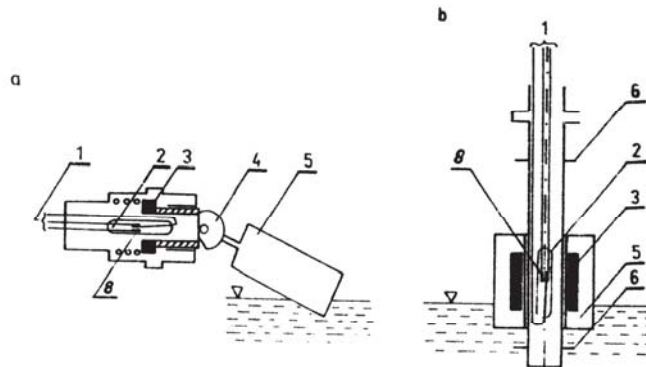
Wartość zadaną zmienia się (śrubą 3) w wyniku przesunięcia dźwigni 8, a tym samym zmiany punktu podparcia mieszka 6.



Rys.2. Schemat ideowy hydrostatu: 1 - elastyczna kapilara; 2 - króciec; 3 - pokrętko zadajnika; 4 - sprężysty wyłącznik migowy; 5 - popychacz; 6 - miedzka; 7 - końcówki zestyków; 8 - dźwignia

### 1.3. Czujnik poziomu cieczy

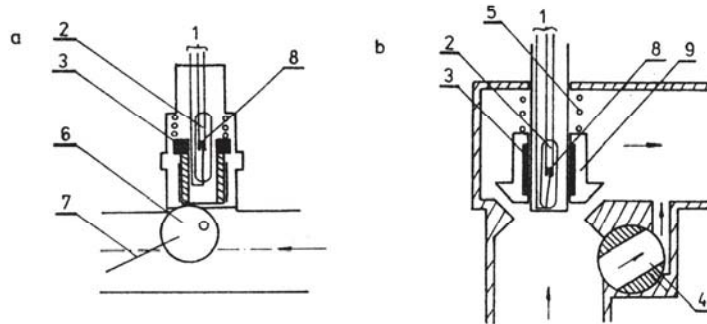
Zmiana poziomu cieczy powoduje przemieszczenie magnesu 3 względem kontaktronu 2 (rys.3 - czujniki firmy DELAVAL). Odpowiednio duże przemieszczenie powoduje zmianę położenia zestyków (zmiana stanu logicznego). Produkowane są czujniki z jednym lub kilkoma poziomami kontaktowania. W Polsce czujniki (regulatory dwustawne poziomu ERD) produkują między innymi zakłady MERA-ZAP [4].



Rys. 3. Schematy czujników poziomu cieczy: 1 - wyprowadzenie końcówek kontaktronu; 2 - kontaktron; 3 - magnes; 4 - krzywka; 5 - pływak; 6 - ogranicznik, 8 - zestyk kontaktronu

#### 1.4. Czujniki przepływu

Przepływ oddziałując dynamicznie na mimośród 6 (rys.4a) lub na grzybek 9 (rys.4b - czujniki firmy DELAVAL) powoduje przemieszczenie magnesu 3 względem kontaktronu 2. Jeśli przepływ osiągnie określoną wartość, to magnes 3 zmienia położenie zestyków przełączających 8 kontaktronu 2. Poziom zadziałania nastawia się przez dobór długości płetwy 7 (rys.4a) lub strumienia przepływającego obejściem 4 (rys.4b).



Řys.4. Schematy czujników przepływu: 1 - wyprowadzenie końcówek kontaktronu; 2 - kontaktron; 3 - magnes; 4 - obrotowe obejście, 5 - sprężyna; 6 - mimośród; 7 - płetwa (zastawka); 8 - zestyk kontaktronu; 9 - grzybek

#### 1.5. Inne czujniki

Źródłami sygnałów wejściowych do centralnej części układu logicznego mogą być przyciski i przełączniki sterowania ręcznego, wyłączniki drogowe, generatory sygnałów prostokątnych, czytniki taśm perforowanych itp.

### 2. Elementy centralnej części układu sterowania logicznego

Elementy centralnej części układu sterowania logicznego umożliwiają fizyczną realizację funkcji logicznych: AND, NAND, OR, NOR, NOT itd. Mogą one być elementami pneumatycznymi lub elektronicznymi.

Elementy pneumatyczne są produkowane w systemach o zunifikowanej konstrukcji i sygnałach. Przykładami są systemy: Meralog, USEPPA, Drelob [1]. W systemie Drelob - ze względu na rozrzut charakterystyk statycznych oraz na pewność działania elementów logicznych - za sygnał zerowy przyjmuje się ciśnienie w granicach  $(0-0,2)P_0$ , a za sygnał jedynkowy -



ciśnienie w granicach  $(0,8-1,0)P_0$ . Ciśnienie zasilania  $P_0$  ma wartość 140 kPa.

W elementach elektronicznych (wykonanych np. według technologii TTL) sygnałem o wartości logicznej jeden jest napięcie  $(2,0-5,0)V$ , a sygnałem zerowym - napięcie  $(0-0,8)V$ .

Elementy działają zgodnie z tzw. logiką dodatnią, co oznacza, że jedynka logiczna odpowiada wysokiemu poziomowi sygnału (ciśnienia lub napięcia), a zero - niskiemu.

Tendencje rozwojowe w zakresie realizacji układów logicznych zmierzają w kierunku programowalnych systemów sterowania logicznego [3] (wyspecjalizowanych systemów mikroprocesorowych). Algorytm działania nie zależy w nich od połączeń poszczególnych funkcyj logicznych, lecz jest wpisany do pamięci systemu. Algorytm ten steruje pomiarami oraz powoduje generowanie przez układ sygnałów wyjściowych.

### 3. Elementy wykonawcze

Elementami wykonawczymi układów logicznych mogą być wszystkie urządzenia sterowane dwustanowo, a więc: urządzenia z napędem elektromagnetycznym, elementy sygnalizacji optycznej i akustycznej, przekaźniki, a także silniki stałoprędkościowe (również nawrotne).

Sygnały sterujące urządzeniami wykonawczymi muszą mieć odpowiedni charakter fizyczny i moc, dlatego też na ogół istnieje konieczność wzmocnienia sygnałów wychodzących z centralnej części układu logicznego. Rolę wzmacniaczy pełnią często przekaźniki.

### 4. Projektowanie układu

#### 4.1. Sporządzanie tabeli działania układu

Zadanie dla układu sterowania jest najczęściej formułowane w formie słownej i zawiera informacje dotyczące warunków (wartości parametrów procesu lub stanu urządzeń), jakie muszą zaistnieć, aby układ zadziałał oraz sposobu zadziałania układu. Znajomość typów czujników i rodzajów sygnałów sterujących urządzeniami wykonawczymi jest pomocna w kodowaniu informacji dotyczącej sygnałów wchodzących i wychodzących z centralnej części układu. Po określeniu założeń dotyczących znaczeń logicznych wartości wejść i wyjść można na podstawie słownego opisu działania układu sporządzić tabelę wartości funkcji logicznych.

PRZYKŁAD. Temperatura w hali fabrycznej jest regulowana przez włączanie i wyłączanie pompy cyrkulacyjnej P centralnego ogrzewania oraz wentylatora wywiewnego W. Ustalono dwa poziomy kontakowania temperatury  $t_A$  i  $t_B$  ( $t_B > t_A$ ). Dla pewności działania, pomiaru dokonuje się za pomocą dwóch termometrów  $T_1$  i  $T_2$  (każdy o dwóch temperaturach kontaktowania). Wystąpienie stanu nieprawidłowego sygnalizuje dzwonek awaryjny S. Algorytm pracy pompy, wentylatora i dzwonka ma być następujący:

- jeśli temperatura mierzona jednym termometrem jest niższa od  $t_A$ , a temperatura mierzona drugim nie jest wyższa od  $t_B$ , to pracuje pompa (zbyt niska temperatura);

- jeśli temperatura mierzona jednym termometrem jest wyższa od  $t_B$ , a temperatura mierzona drugim nie jest niższa od  $t_A$ , to pracuje wentylator (zbyt wysoka temperatura);

- jeżeli jeden termometr pokazuje temperaturę wyższą od  $t_B$  a drugi niższą od  $t_A$ , to pompa i wentylator są wyłączone a włączany jest dzwonek S (istotna rozbieżność wskazań czujników);

- jeżeli któryś z czujników pokazuje temperaturę wyższą od  $t_B$  i jednocześnie niższą od  $t_A$ , to stan pracy pompy i wentylatora jest nieokreślony i włączany jest dzwonek (awaria czujnika).

Należy sporządzić tabelę wartości funkcji logicznych, opisujących działanie elementów: P, W, S.

#### R o z w i ą z a n i e

Każdy z poprawnie pracujących termometrów może sygnalizować trzy stany:

- |          |                   |    |                               |            |
|----------|-------------------|----|-------------------------------|------------|
| 1) jeśli | $t < t_A$ ,       | to | $t_{iA} = 0$ i $t_{iB} = 0$ ; |            |
| 2) jeśli | $t_A < t < t_B$ , | to | $t_{iA} = 1$ a $t_{iB} = 0$ ; | $i = 1, 2$ |
| 3) jeśli | $t > t_B$ ,       | to | $t_{iA} = 1$ i $t_{iB} = 1$ ; |            |

wyrażane za pomocą dwóch zmiennych logicznych  $t_{iA}$  i  $t_{iB}$ . Działanie urządzeń wyjściowych oznaczono logiczną jedynką, niedziałanie natomiast - logicznym zerem.

Można teraz skonstruować tabelę i wpisać do niej wszystkie możliwe stany wejść dla czterech argumentów.

Tabela 1

Tabela działania układu dla przykładowego zadania

Nr	$t_{1A}$	$t_{1B}$	$t_{2A}$	$t_{2B}$	$p$	$w$	$s$
0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	1
2	0	0	1	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0	0	1
4	0	1	0	0	0	0	1
5	0	1	0	1	0	0	1
6	0	1	1	0	0	0	1
7	0	1	1	1	0	0	1

Nr	$t_{1A}$	$t_{1B}$	$t_{2A}$	$t_{2B}$	$p$	$w$	$s$
8	1	0	0	0	1	0	0
9	1	0	0	1	0	0	1
10	1	0	1	0	0	0	0
11	1	0	1	1	0	1	0
12	1	1	0	0	0	0	1
13	1	1	0	1	0	0	1
14	1	1	1	0	0	1	0
15	1	1	1	1	0	1	0

Stan wejść 000 oznacza na przykład, że temperatura sygnalizowana przez oba termometry jest niższa od  $t_A$ . Z opisu słownego działania układu wynika, że powinna pracować pompa cyrkulacyjna, a wentylator i dzwonek powinny być wyłączone; odpowiada to stanowi 100 zmiennych logicznych  $pws$ . Stany wejść 01 dla zmiennych  $t_{iA}$  lub  $t_{iB}$  ( $i = 1, 2$ ) oznaczają, że temperatura jest niższa od  $t_A$  i jednocześnie wyższa od  $t_B$ . Stan taki jest niemożliwy przy poprawnej pracy termometru; stany elementów wykonawczych są dowolne (nieokreślone), a dzwonek sygnalizuje awarię  $s = 1$ . Stany nieokreślone w tabeli oznaczają się minusem lub symbolem '0'.

#### 4.2. Wyznaczanie analitycznej postaci funkcji oraz jej minimalizacja

Na podstawie tabeli wartości funkcji logicznych można (posługując się kanoniczną formą koniunkcyjną lub alternatywną) napisać postać analityczną funkcji, którą następnie należy minimalizować stosując prawa algebry Boole'a (metoda analityczna). Celem minimalizacji jest uzyskanie postaci zawierającej najmniejszą liczbę działań logicznych.

Innym sposobem minimalizacji jest metoda tablic Karnaugh. Tablica Karnaugh jest tablicą wartości funkcji, zapisaną w postaci dogodnej do uproszczenia zapisu analitycznego funkcji z użyciem zasad sklejania. Reguły sklejania (1,2) mówią, że jeśli w normalnej postaci alternatywnej lub koniunkcyjnej dwa jej składniki różnią się tylko negacją jednej zmiennej, to funkcja może być uproszczona przez odrzucenie tej zmiennej.

$$x_1x_2 + x_1\bar{x}_2 = x_1 \quad (1)$$

$$(x_1 + x_2)(x_1 + \bar{x}_2) = x_1 \quad (2)$$



Sklejaniem nazywa się łączenie kratek tablicy Karnaugh według zależności (1) lub (2). Na rysunku 5 pokazano tablice Karnaugh dla funkcji 2, 3, 4 i 5 zmiennych. Gdy liczba argumentów przekracza 5, stosuje się wówczas metodę Quine'a-MC Cluskeya [5,6]. Zasady sklejania są następujące:

- należy sklejać albo zera, albo jedynki;
- każdą kratkę zawierającą sklejaną wartość (zero lub jedynkę) należy uwzględnić co najmniej raz; nie należy pomijać zer (lub jedynek) izolowanych;
- można sklejać 2, 4, 8, 16, itd. kraterk;
- należy sklejać jak największą liczbę kraterk;
- stany nieokreślone traktuje się jak zera lub jedynki, kierując się wygodą podczas sklejania.

$x_1x_2$	0 0	0 1	1 1	1 0
$x_3$				
0				
1				

$x_1x_2$	0 0	0 1	1 1	1 0
$x_3x_4$				
0 0				
0 1				
1 1				
1 0				

$x_1$	0	1							
$x_2$									
0									
1									

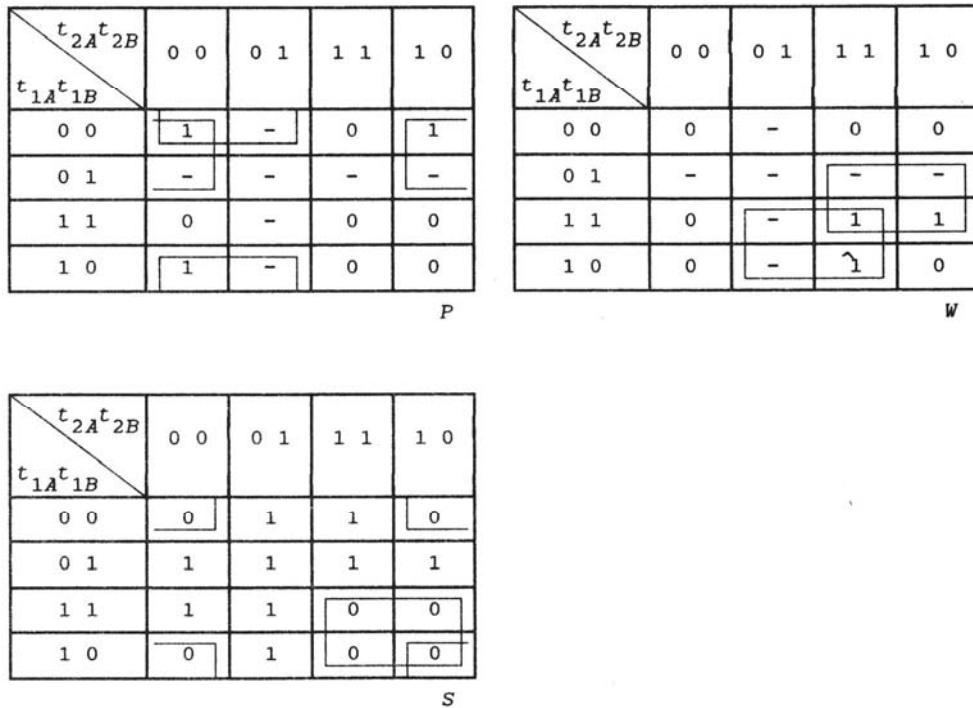
$x_1x_2x_3$	000	010	110	100	101	111	011	001
$x_4x_5$								
0 0								
0 1								
1 1								
1 0								

oś symetrii

Rys.5. Tablice Karnaugh dla 2, 3, 4 i 5 argumentów

Sklejane kratki obwodzi się linią symbolizującą łączenie i zapisuje się składnik postaci kanonicznej im odpowiadający. W składniku tym występują te argumenty, które we wszystkich sklejanych kratkach mają tę samą wartość. Zasady negowania są takie same, jak podczas sporządzania zapisu analitycznego ze zwykłej tabeli wartości funkcji (ćwicz. 1.14).

Z tablicy 1 można uzyskać trzy tablice Karnaugh (rys.6) (osobną dla każdego wyjścia), a w wyniku sklejania postaci analityczne (3)-(5).



Rys.6. Minimalizacja metodą Karnaugh dla przykładowego zadania

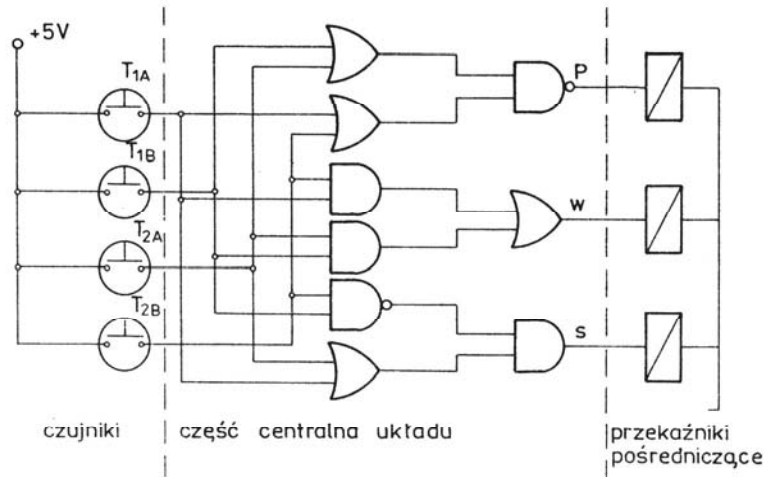
$$P = \bar{t}_{1B}\bar{t}_{2A} + \bar{t}_{1A}\bar{t}_{2B} = \overline{t_{1B} + t_{2A}} + \overline{t_{1A} + t_{2B}} = (\bar{t}_{1B} + \bar{t}_{2A}) (\bar{t}_{1A} + \bar{t}_{2B}) \quad (3)$$

$$W = t_{1A}t_{2B} + t_{1B}t_{2A} \quad (4)$$

$$S = (\bar{t}_{1A} + \bar{t}_{2A}) (t_{1B} + t_{2B}) = \bar{t}_{1A} \bar{t}_{2A} (t_{1B} + t_{2B}) \quad (5)$$

#### 4.3. Rysowanie schematu układu

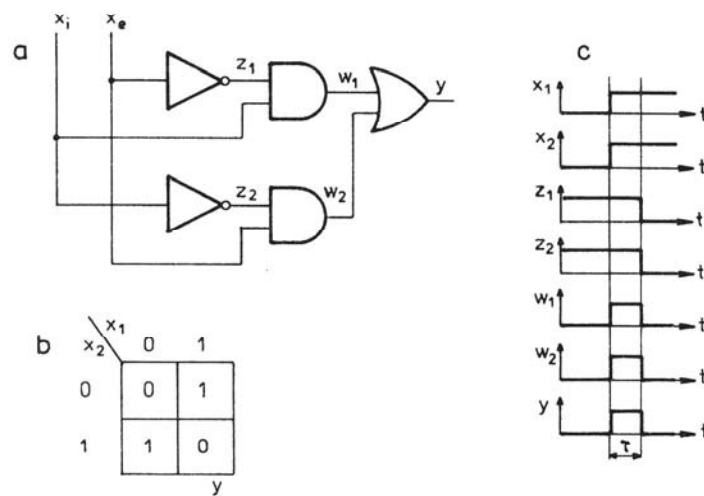
Zminimalizowane formuły (3)-(5), określające zasady sterowania logicznego pompą P, wentylatorem W i dzwonkiem S, mogą być faktoryzowane lub użyte bezpośrednio do montażu układu. Na rysunku 7 przedstawiono schemat zaprojektowanego układu sterowania.



Rys.7. Schemat przykładowego układu sterowania

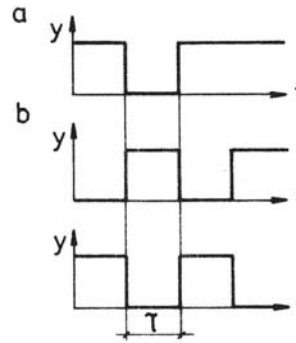
### 5. Hazard

Elementy logiczne rzeczywiste nie są idealne i wprowadzają opóźnienia. Jest to powodem niekorzystnego zjawiska chwilowego pojawiania się niewłaściwego sygnału na wyjściu układu. Zjawisko to nazywa się hazardem.



Rys.8. Ilustracja zjawiska hazardu: a) schemat układu, b) tabela wartości funkcji, c) przebiegi czasowe sygnałów

Jeśli elementy negacji na rysunku 8a wprowadzają opóźnienia  $\tau$ , to po zmianie stanu wejść z 00 na 11 przebiegi czasowe mają postać jak na rysunku 8c. Na wyjściu pojawi się wówczas w przedziale czasu  $\tau$  fałszywy sygnał 1. Zjawisko hazardu wystąpiło podczas przejścia między stanami, dla których wartości wyjścia były takie same, równe zero. Jest to hazard statyczny w warunkach niedziałania (HSn). Inne przypadki hazardu przedstawiono na rysunku 9. Hazard statyczny w warunkach działania (rzs. 9a) występuje wtedy, gdy stany początkowy i końcowy są równe 1. O hazardzie dynamicznym (rys.9b) mówi się wówczas, gdy stan końcowy jest różny od początkowego.



Rys.9. Rodzaje hazardu: a) hazard statyczny w warunkach działania HSd, b) hazard dynamiczny HD

Chwilowe pojawienie się niewłaściwego stanu jest szczególnie niebezpieczne w układach sekwencyjnych, w których stan ten może zostać zapamiętany.

## 6. Pytania kontrolne

1. Omówić sposób działania:
  - hydrostatu,
  - czujników poziomu,
  - czujników przepływu.
2. Podać etapy projektowania układu logicznego.
3. Napisać i omówić reguły sklejanania.
4. Narysować tablice Karnaugh dla trzech i czterech zmiennych.
5. Zdefiniować zjawisko hazardu w układach logicznych.

## 7. Zadanie

Zaprojektować układ sterowania o działaniu podanym przez prowadzącego. Sprawdzić poprawność działania za pomocą elementów systemu UNILOG.

## LITERATURA

- [1] Chorowski B., Werszko M., *Mechaniczne urządzenia automatyki*, WNT Warszawa 1975, s. 294-309.
- [2] Misiurewicz P., *Układy automatyki cyfrowej*, Warszawa, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne 1978, s. 14-15, 17-20.
- [3] Niederliński A., *Systemy komputerowe automatyki przemysłowej*, WNT, Warszawa 1984, T.1 s. 343-346.
- [4] *Samodzielne bloki regulacyjne i zestawy elementów wykonawczych SWW 0912-1,-2,0918-1,2*, Warszawa, Wydawnictwa Przemysłu Maszynowego WEMA 1981.
- [5] Siwiński J., *Układy przełączające w automatyce*, WNT, Warszawa 1986.
- [6] Żelazny M., *Podstawy automatyki*, PWN, Warszawa 1976, s.353-360.