

Dr inż. Tadeusz Mączka

## 1. Sprawdzanie prawa OHMA i praw KIRCHHOFFA

### 1. Wstęp:

Układy elektryczne, można traktować jako zbiory obwodów elektrycznych, przez które przepływają sygnały elektryczne. Sygnałami mogą być prądy lub napięcia, lub inne fizyczne wielkości zmienne w czasie. Obwód elektryczny tworzą elementy dwuzaciskowe tzw. dwójniki połączone w odpowiedni sposób. Elementami obwodu mogą być ogniwa, żarówki, rezystory, kondensatory, bezpieczniki itp. Zazwyczaj nie traktujemy przewodów służących do dokonywania połączeń jako elementów obwodu, (gdy można pominąć ich parametry).

*Punktem węzłowym (węzłem)* nazywamy punkt, w którym połączone są co najmniej dwa zaciski elementów obwodu. W węzłach tworzą się rozgałęzienia obwodu, odchodzą od nich tzw. gałęzie obwodu. *Gałęzią* obwodu elektrycznego nazywamy układ szeregowo połączonych elementów zawartych między jednym a drugim węzłem. Gałęzie tworzą sieć obwodu. Dowolnie zamknięty obwód sieci nazywamy *oczkiem sieci*.

Prawo **OHMA** i prawa **KIRCHHOFFA** można stosować do każdego obwodu bez względu na to, jakiego rodzaju siły elektromotoryczne zawiera obwód, jaki jest rodzaj prądu i oporności. Przy zastosowaniu tych praw w ogólnej postaci należy brać pod uwagę wartości chwilowe sił elektromotorycznych. Obwód prądu stałego jest szczególnym rodzajem obwodu.

### 2. Cel ćwiczenia:

Zapoznanie się z podstawowymi prawami fizyki opisującymi zjawiska towarzyszące przepływowi prądu elektrycznego.

Wprowadzenie zagadnienia bezpiecznej eksploatacji i prowadzenia ruchu urządzeń elektroenergetycznych.

Zapoznanie się z podstawowymi przyrządami i urządzeniami stosowanymi w energetyce – źródło prądowe i napięciowe, transformator, aparatura kontrolno-pomiarowa (wskaźniki, mierniki, ograniczniki itp.).

Wprowadzenie w zagadnienia miernictwa elektroenergetycznego – technika pomiaru napięć i prądów, technika łączenia przyrządów pomiarowych z obwodem elektrycznym.

**Uwaga !!!**

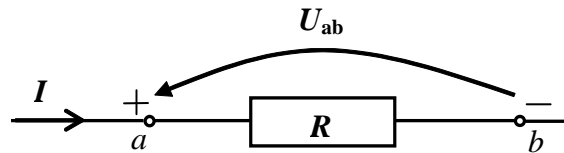
**Przed przystąpieniem do ćwiczenia zapoznać się z dodatkiem pod tytułem „Procedura wyznaczania niepewności pomiarowych”.**

### 3. Sprawdzanie prawa OHMA

3.1. Prawo *Ohma* mówi, że *nateżenie prądu w obwodzie prądu stałego jest wprost proporcjonalne do napięcia na zaciskach źródła, a odwrotnie proporcjonalne do rezystancji znajdującej się w obwodzie*. Matematyczna zależność między tymi wielkościami jest następująca

$$I = \frac{U}{R}$$

Zatem, gdy opór  $R$  jest stały, a zmieniać się będzie napięcie  $U$ , to prąd też będzie ulegał zmianie i to w sposób liniowy. Różnica potencjałów, a więc napięcie  $U_{ab}$  wywołujące przepływ prądu  $I$  strzałkuje się tak, by grot wskazywał wyższy potencjał, co obrazuje rysunek poniżej. Strzałka kierunku prądu (umownie) skierowana jest tak, że przy dodatnich wartościach natężenia prądu, wskazuje ona kierunek prądu odpowiadający ruchowi ładunków dodatnich. Przy tak przyjętych zasadach strzałka napięcia w odbiorniku (rezystorze  $R$ ) musi być skierowana przeciwnie do strzałki prądu.



W większości przewodników metalowych spadek napięcia między dwiema powierzchniami jest wprost proporcjonalny do prądu płynącego w przewodniku przy założeniu niezmienniej temperatury. W takich przypadkach rezystancja  $R$  jest wielkością stałą. W gazach, cieczech, materiałach półprzewodzących i materiałach izolacyjnych spadek napięcia nie zawsze jest proporcjonalny do prądu. Wtedy rezystancja  $R$  nie jest wielkością stałą i jest funkcją prądu.

Prawo *Ohma* jest również słuszne dla prądu sinusoidalnie zmiennego. Prąd sinusoidalny w obwodzie zmienia się w czasie zgodnie z zależnością

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi)$$

gdzie:  $I_m$  – wartość maksymalna prądu (amplituda),  $\omega = 2\pi f$  – pulsacja (częstość kołowa zmian prądu), zaś  $\varphi$  – faza początkowa przebiegu. Elementy biernie obwodu prądu zmiennego można podzielić na dwie grupy: elementy rezystancyjne, rozpraszające energię prądu elektrycznego w postaci ciepła oraz elementy reaktancyjne, gromadzące energię w postaci pola magnetycznego (elementy indukcyjne), lub pola elektrycznego (elementy pojemnościowe). Równania wiążące spadek napięcia na każdym z tych elementów z płynącym przez nich prądem mają następującą postać:

$$u_R(t) = Ri(t),$$

$$u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt},$$

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt,$$

przy czym  $R$ ,  $L$ ,  $C$  oznaczają odpowiednio rezystancję, indukcyjność i pojemność każdego z elementów biernych. Przyjmując, że prąd ma przebieg sinusoidalny o fazie początkowej  $\varphi = 0$  spadki napięć na poszczególnych elementach mają przebieg:

$$u_R(t) = Ri(t) = I_m R \sin(\omega t) = U_{Rm} \sin(\omega t),$$

gdzie:  $U_{Rm} = I_m R$  – amplituda napięcia na rezystorze, zauważmy, że na rezystorze nie ma przesunięcia fazowego między prądem a napięciem.

$$u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = \omega L I_m \cos(\omega t) = \omega L I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = U_{Lm} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}),$$

gdzie:  $U_{Lm} = \omega L I_m$  – amplituda napięcia na indukcyjności,  $X_L = \omega L$  – reaktancja indukcyjna (opór indukcyjny). Zauważmy, że napięcie na indukcyjności wyprzedza w fazie prąd o kąt równy  $\frac{\pi}{2}$ .

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt = -\frac{I_m}{\omega C} \cos(\omega t) = \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = U_{Cm} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}),$$

gdzie  $U_{Cm} = \frac{I_m}{\omega C}$  – amplituda napięcia na pojemności,  $X_C = \frac{1}{\omega C}$  – reaktancja pojemnościowa (opór pojemnościowy). Zauważmy, że napięcie na pojemności opóźnia się w fazie w stosunku do prądu o kąt równy  $-\frac{\pi}{2}$ .

Analiza obwodów prądu sinusoidalnego z wykorzystaniem zależności czasowych jest kłopotliwa, zwłaszcza w przypadku konieczności sumowania lub mnożenia sygnałów sinusoidalnych. Ze względu na to stosuje się częściej metodę wykresów wskazowych lub metodę symboliczną. W metodzie wykresów wskazowych każdemu przebiegowi sinusoidalnemu przyporządkowuje się wskaz o długości odpowiadającej wartości skutecznej tego przebiegu i narysowany względem osi odniesienia pod kątem, odpowiadającym fazie początkowej. Sinusoidalne zmiany tego przebiegu odwzorowuje się przyjmując, że wszystkie wskaźy, reprezentujące na płaszczyźnie wszystkie prądy i spadki napięć w analizowanym obwodzie wirują na tej płaszczyźnie z prędkością kątową  $\omega$  w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara.

Metoda symboliczna wykorzystuje związki między zapisem wielkości sinusoidalnie zmiennej a zapisem wykładniczym liczby zespolonej. Przedstawiony za pomocą tej metody przebieg sinusoidalny ma postać  $\underline{I} = I e^{j\varphi}$ , w której moduł  $I$  oznacza wartość skuteczną, zaś  $\varphi$  to argument równy fazie początkowej. Liczba zespolona  $\underline{I}$  przedstawiona w postaci algebraicznej  $\underline{I} = \text{Re}(\underline{I}) \pm j \text{Im}(\underline{I})$  i narysowana w postaci wektora na płaszczyźnie zmiennej zespolonej jest tożsama ze wskazem, uzyskanym w metodzie wykresów wskazowych.

Metoda symboliczna jest szczególnie przydatna w analizie obwodów prądu sinusoidalnego z uwagi na to, że umożliwia zarówno zapisanie w prosty sposób podstawowych równań (*Ohma*, *Kirchhoffa*), jak i stosowanie metod rozwiązywania obwodów prądu stałego. Równania napięciowo-prądowe elementów biernych przyjmują w tej metodzie postać:

$$\underline{U}_R = R \underline{I}$$

$$\underline{U}_L = j X_L \underline{I}$$

$$\underline{U}_C = -j X_C \underline{I}$$

Właściwości mieszanego połączenia elementów reaktancyjnych (szeregowego lub równoległego) opisuje się, podając impedancję  $\underline{Z}$  tego połączenia. Ta wielkość jest współczynnikiem proporcjonalności w równaniu opisującym prawo *Ohma* dla tego obwodu

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}$$

i może być przedstawiona w postaci algebraicznej lub wykładniczej

$$\underline{Z} = R \pm jX = Ze^{j\varphi}$$

przy czym moduł i argument tej liczby zespolonej można zapisać jako:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad \varphi = \pm \arctg \frac{X}{R}.$$

### 3.2. Wykaz przyrządów i ich oznaczenia

**B** – zasilacz DC max 60 V

**V** – woltomierz

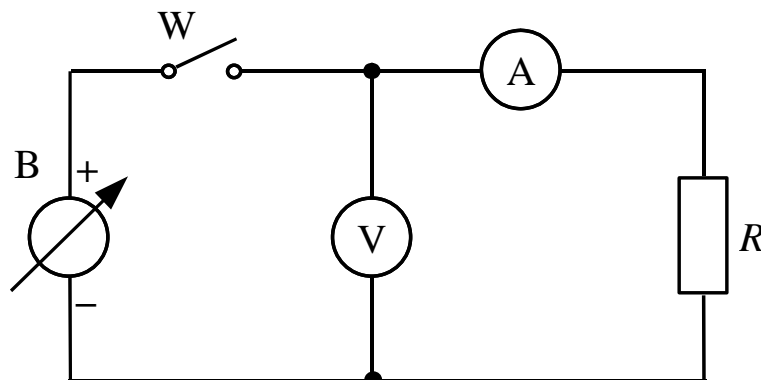
**A** – amperomierz

**R** – rezystor stały

**W** – wyłącznik

### 3.3. Przebieg ćwiczenia

Połączyć układ pomiarowy jak na schemacie (rys. 1).



Rys. 1. Układ do sprawdzania prawa Ohma.

Po włączeniu napięcia dokonujemy odczytów wskazań mierników. Następnie zmieniamy wartość ustawionego napięcia i ponownie notujemy wskazania mierników. W ten sposób dokonujemy odczytów dla kilku wartości napięć. Po wykonaniu serii pomiarów odłączyć napięcie, rezystor **R** usuwamy z układu, zastępujemy go innym i postępujemy jak poprzednio. Wyniki notujemy w tabeli.

Po wykonaniu pomiarów wyłączyć napięcie.

### 3.4. Zadania do wykonania

Wykonać charakterystyki  $I = f(U)$ . Podać analizę niepewności pomiarowych. Podać wnioski.

#### 4. Sprawdzenie praw *KIRCHHOFFA*

##### 4.1. Pierwsze prawo *KIRCHHOFFA*

Prawo *Kirchhoffa* dla prądów, zwane też pierwszym prawem *Kirchhoffa* brzmi:

*Suma natężeń prądów dopływających do dowolnego węzła (rozgałęzienia obwodu elektrycznego) jest równa sumie natężeń prądów odpływających z tego węzła.*

Jeżeli prądom dopływającym do węzła przypisze się znak „+”, a prądom odpływającym znak „-”, to I prawo *Kirchhoffa* można wypowiedzieć w następujący sposób.

Suma prądów w dowolnym węźle jest równa zero: 
$$\sum \vec{I} = 0$$

##### 4.2. Drugie prawo *KIRCHHOFFA*

Prawo *Kirchhoffa* dla napięć, zwane też drugim prawem *Kirchhoffa* brzmi:

*W dowolnym oczku obwodu elektrycznego prądu stałego suma sił elektromotorycznych jest równa sumie spadków napięć na rezystorach;*

$$\sum E = \sum RI$$

Różnica między siłą elektromotoryczną a spadkiem napięcia (napięciem) jest sprawą czysto umowną. Strzałkę oznaczającą biegunowość siły elektromotorycznej (napięcia) kieruje się ku końcu oznaczonym plusem, tzn. ku końcu o wyższym potencjale. Tak, więc grot strzałki wskazuje punkt o wyższym potencjale.

Wyznaczając algebraiczną sumę spadków napięć i sił elektromotorycznych w dowolnym oczku obwodu elektrycznego można przyjąć pewną zasadę. Przyjmuje się dowolny obieg oczka, np. zgodny z ruchem wskazówek zegara. Zakłada się, że strzałka napięcia na odbiorniku (spadek napięcia) musi być skierowana przeciw strzałce prądu. Przyjmujemy (strzałkujemy) dowolne kierunki prądów (przyjmuje się że kierunek prądu powinien być zgodny z kierunkiem siły elektromotorycznej SEM źródła). Sumując siły elektromotoryczne i spadki napięć na odbiornikach uwzględniamy ich znak, przyjmując znak „+”, jeśli ich kierunek jest zgodny z przyjętym obiegiem oczka a znak „-”, jeśli ich kierunek jest przeciwny do przyjętego obiegu. Postępując zgodnie z tą zasadą II prawo *Kirchhoffa* można zapisać w postaci ogólnej.

$$\sum (E, U) = 0$$

*Algebraiczna suma sił elektromotorycznych (napięć źródłowych) i spadków napięć na odbiornikach w oczku jest równa zero.*

W obwodach elektrycznych nie są znane zazwyczaj parametry wszystkich elementów obwodu. W celu wyznaczenia brakujących parametrów obwodu należy ułożyć równania wynikające z obu praw *Kirchhoffa*. Z I prawa *Kirchhoffa* przy  $w$  węzłach otrzymuje się  $(w - 1)$  niezależnych równań prądowych, ponieważ równanie dla ostatniego węzła jest zależne od pozostałych. Brakujące równania w liczbie  $k = n - w + 1$  należy ułożyć zgodnie z II prawem *Kirchhoffa* dla  $k$  niezależnych oczek ( $n$  - liczba gałęzi). W doborze oczek istnieje pewna dowolność. Niezależność równań będzie zagwarantowana, jeżeli po wypisaniu równań dla oczka

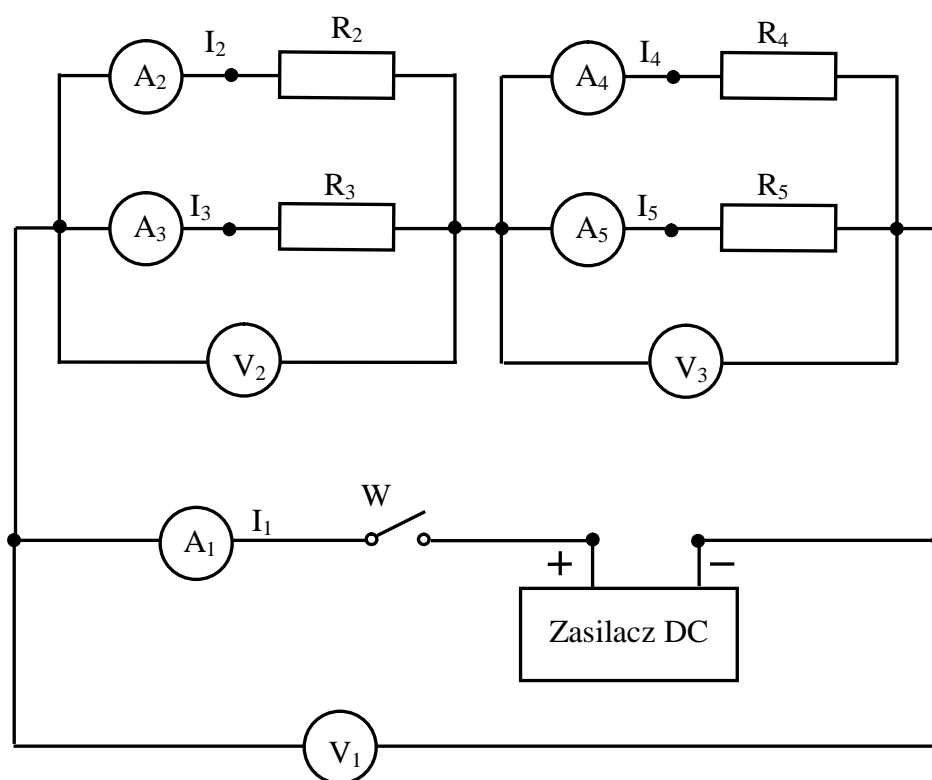
przekreśli się jedną z jego gałęzi tylko w tym celu, by nie wchodziła w skład następnych oczek.

#### 4.3. Wykaz przyrządów i ich oznaczenia

<b>B</b>	– zasilacz DC max 60 V
<b>V<sub>1</sub>, V<sub>2</sub>, V<sub>3</sub></b>	– woltomierz
<b>A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub>, A<sub>4</sub>, A<sub>5</sub></b>	– amperomierz
<b>R<sub>2</sub>, R<sub>3</sub>, R<sub>4</sub>, R<sub>5</sub></b>	– rezystor stały
<b>W</b>	– wyłącznik

#### 4.4. Przebieg ćwiczenia

Połączyć układ zgodnie ze schematem (rys. 2). Jak widać ze schematu, mamy tu układ mieszanego (szeregowo-równoległego) połączenia rezystorów.



Rys. 2. Układ do sprawdzania praw Kirchhoffa.

Po zmontowaniu układu dokonujemy odczytów wskazań mierników i wykonujemy niezbędne obliczenia. Wyniki pomiarów i obliczeń notujemy w tabeli.

Dla tego obwodu możemy napisać równania na prądy w gałęziach:

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2}; \quad I_3 = \frac{U_3}{R_3}; \quad I_4 = \frac{U_4}{R_4}; \quad I_5 = \frac{U_5}{R_5}.$$

Prąd główny (całkowity) wynosi:

$$I_1 = \frac{U_1}{R_z},$$

gdzie  $R_z$  – rezystancja zastępcza układu.

$$R_z = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5}$$

W powyższych rozważaniach pominięto rezystancje wewnętrzne amperomierzy ( $R_A = 0$ ), rezystancje woltomierzy przyjęto jako nieskończoną ( $R_V = \infty$ ).

Pierwsze prawo *Kirchhoffa* (prądowe) sprawdzamy według wzoru:

$$I_1 = I_2 + I_3 = I_4 + I_5$$

Drugie prawo *Kirchhoffa* (napięciowe) sprawdzamy według wzoru:

$$U_1 = U_2 + U_3$$

### 3.5. Zadania

Przeprowadzić weryfikację danych otrzymanych z pomiarów z danymi otrzymanymi z obliczeń, podać wnioski. Przeprowadzić analizę niepewności pomiarowych.

#### Literatura podstawowa:

- R. Kurdziel, *Elektrotechnika*, PWN, Warszawa 1969.
- M. Uruski, W. Wolski, *Teoria obwodów*, Politechnika Wrocławska, Wrocław 1976.
- K. Pazdro, M. Poniński, *Miernictwo elektryczne w pytaniach i odpowiedziach*, WNT Warszawa 1986.